

# 钙钠玻璃的循环疲劳强度预测

吕宝桐

(西北工业大学材料科学与工程学院 西安 710072)

## 摘 要

本文提出了一种表征及预测钙钠玻璃光滑和缺口试件在不同载荷条件下疲劳强度的通用方法. 因钙钠玻璃中不存在有效的裂纹屏蔽机制, 循环载荷在钙钠玻璃中不会造成明显的附加损伤, 亚临界裂纹扩展受应力腐蚀机制控制, 循环疲劳寿命与加载频率无关. 缺口试件的缺口疲劳系数  $K_f$  与其应力集中系数  $K_t$  近似相等. 采用文中定义的等效应力做为力学参量, 可将光滑及缺口试件在不同加载条件下的 SPT 图归一化.

关 键 词 玻璃, 疲劳, 缺口, 裂纹, 强度, 寿命

## 1 引言

陶瓷材料的静疲劳和动疲劳机制主要与环境中活性介质引起的应力腐蚀有关<sup>[1,2]</sup>. 循环载荷的作用可能会在陶瓷材料的疲劳过程中引入新的损伤机制而造成附加损伤<sup>[3~8]</sup>, 使陶瓷构件在循环载荷下可能具有更低的寿命, 同时其影响因素也更复杂<sup>[7]</sup>. 目前虽已提出了陶瓷材料的几种循环疲劳损伤机制<sup>[3~8]</sup>, 但人们对陶瓷材料的循环疲劳机制的了解尚十分有限. 另一方面, 实际工程零构件难免具有某种形式的应力集中, 即缺口, 而陶瓷材料对缺口十分敏感. 然而有关陶瓷材料循环疲劳的缺口效应的研究却很少<sup>[10]</sup>. 本文将对钠钙玻璃的循环疲劳特性及更加通用的循环疲劳强度的定量表征方法进行探讨.

## 2 实验方法

实验用钠钙玻璃是洛阳玻璃厂生产的5mm厚普通平板浮法玻璃<sup>[9]</sup>, 其弹性模量  $E=70\text{GPa}$ ; 硬度  $H_v=5.5\text{GPa}$ ; 断裂韧性  $K_{IC}=0.7\text{MPa}\sqrt{m}$ ; 固有强度  $\bar{\sigma}_c=81\text{MPa}$ .

试件尺寸为  $90\times 20\times 5\text{mm}$ , 其中缺口试件的缺口半径  $\rho$  分别为 1.0 和 0.5mm, 其应力集中系数  $K_t$  分别为 2.1、2.6、3.5<sup>[11]</sup>. 试件所有表面均用金刚石砂轮磨削.

实验在 Mayes-EHS 10 型疲劳试验机上进行. 光滑试件采用三点弯曲加载, 跨距为 60mm; 缺口试件采用四点弯曲加载, 内跨距为 60mm, 外跨距为 80mm. 疲劳试验中采用正弦波加载, 载荷的频率  $\nu=10\text{Hz}$ ; 应力比  $R=0.1$ . 对经  $10^7$  周应力循环未断的试件在  $\dot{\sigma}=0.35\text{MPa/s}$  下测其剩余动疲劳强度  $\sigma_{DF.R}$ .

## 3 结果与讨论

### 3.1 钠钙玻璃的循环疲劳特性

裂纹屏蔽效应的存在可使裂纹扩展阻力  $K_R$  随裂纹尺寸增加而增大:

$$K_R = K_0 + K_{sh} \quad (1)$$

\* 1996年9月9日收到初稿, 11月5日收到修改稿

航空科学基金(94G53181)和陕西省自然科学基金(95C17)资助项目

其中  $K_0$  为材料的固有韧性, 其值与裂纹尺寸无关;  $K_{sh}$  是产生于裂纹尾迹处的裂纹屏蔽效应对裂纹扩展阻力的贡献, 其值随裂纹尺寸增加而增大. 研究表明<sup>[9,12]</sup>, 钠钙玻璃中不存在明显的裂纹屏蔽效应,  $K_{sh} \approx 0$ ; 其亚临界裂纹扩展受应力腐蚀机制控制, 且亚临界裂纹扩展速率与裂纹尺寸无关, 并可表示为应力强度因子  $K_I$  的单值函数<sup>[9]</sup>:

$$\frac{da}{dt} = AK_I^n \quad (2)$$

其中  $A=52.7$ ,  $n=25$ . 如果循环载荷在陶瓷材料中造成的附加损伤, 仅与循环载荷材料中削弱了裂纹屏蔽效应对裂纹扩展阻力的贡献有关<sup>[7,8]</sup>, 则可假设循环载荷在钠钙玻璃中不造成附加损伤. 如考虑任意加载方式  $\sigma = \sigma(t)$ , 对 (2) 式积分, 并在积分利用关系  $K_{IC} = Y\sigma_c\sqrt{a_0} = Y\sigma_f\sqrt{a_f}$  ( $\sigma_c$  和  $\sigma_f$  分别为试件的固有强度与断裂强度,  $a_0$  和  $a_f$  分别为试件中裂纹的原始尺寸与最终尺寸, 系数  $Y$  可视为常数), 则可以得到<sup>[1]</sup>:

$$\int_0^{t_f} \sigma^n dt = \frac{2}{AY^n(n-2)}(a_0^{(2-n/2)} - a_f^{(2-n/2)}) = B(\sigma_c^{n-2} - \sigma_f^{n-2}) \quad (3)$$

$B = 2/AY^2(n-2)K_{IC}^{n-2} = 3.64\text{MPa}^2/\text{s}$ . 对任意加载方式可定义等效应力  $\sigma_{eq}$  如下:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{\max} [t_f^{-1} \int_0^{t_f} (\sigma/\sigma_{\max})^n dt]^{1/n} = g\sigma_{\max} \quad (4)$$

无量纲修正因子  $g$  之值取决于载荷形式和应力腐蚀指数  $n$ . 考虑到陶瓷材料的  $n$  值均较高, 因有  $\sigma_c^{n-2} \gg \sigma_f^{n-2}$ , (3) 式可改写为:

$$t_f = B\sigma_c^{n-2}\sigma_{eq}^{-n} \quad (5)$$

根据 (4) 式, 对于恒定应力  $\sigma = \sigma_{\max}$  (静疲劳),  $g=1$ ; 对于单向应力  $\sigma_{\max} = \sigma_f$  (动疲劳),  $g = (1+n)^{-1/n}$ ; 对于按正弦波变化的应力 (循环疲劳):

$$g = \{t_f^{-1} \int_0^{t_f} [\frac{1+R}{2} + \frac{1-R}{2}\sin(2\pi vt)]^n dt\}^{1/n} \quad (6)$$

当  $n=25$ ,  $R=0.1$  时,  $g \approx 0.92$ . 在双对数坐标系中 (6) 式为一条斜率为  $-1/n$  的直线, 与钠钙玻璃的循环疲劳实验结果一致 (如图 1(a) 所示). 钠钙玻璃的固有强度  $\sigma_c$  遵从两参数 Weibull 分布<sup>[9]</sup>:

$$P = 1 - F = \exp[-(\frac{\sigma}{\sigma_0})^m] \quad (7)$$

$P$  与  $F$  分别为存活概率和断裂概率; Weibull 模量  $m=11.4$ ; Weibull 尺度因子  $\sigma_0=84.5\text{MPa}$ . 将 (7) 式代入 (5) 式得:

$$\ln[-\ln(P)] = \frac{m}{n-2} \ln(\sigma_{eq}^n t_f) + C = \frac{nm}{n-2} \ln \sigma_{eq} + \frac{m}{n-2} \ln t_f + C \quad (8)$$

其中  $C = -m \ln \sigma_0 - \frac{m}{n-2} \ln B$ . 根据 (8) 式, 任意等效应力下的疲劳寿命和任意给定寿命下的等效疲劳强度都服从 Weibull 分布, 因  $n \gg 1$ , 疲劳寿命的 Weibull 模量远远低于疲劳强度的模量, 因而分散性要大得多. 图 1(a) 显示, 几乎所有循环疲劳寿命实验数据都落在由 (8) 式得到的存活率分别为 1%、50% 和 99% 的疲劳寿命曲线所给出的分散带内. 因此可认为循环载荷的确未在钠钙玻璃中造成明显的附加损伤, (8) 式是钠钙玻璃疲劳强度、寿命和存活率的通用关系式. 根据 (5) 式, 对于任一给定试件个体均应有  $\sigma_{eq}^n t_f = B\sigma_c^{n-2} = \text{恒定值}$ . 据此

对于循环疲劳试验越出的试件可根据其剩余动疲劳强度  $\sigma_{DF,R}$  求出其剩余循环疲劳寿命, 进而求得试件的总寿命. 结果也表示在图 1(a) 中. 上述结果同时也说明, 循环载荷促进裂纹内部的反应产物与环境中活性介质的交换<sup>[3]</sup>, 循环载荷卸载半周的裂尖残余应力<sup>[5]</sup>, 裂尖摩擦生热<sup>[6]</sup>, 裂纹表面之间的碎屑楔入或裂纹表面不匹配引发的附加应力<sup>[4]</sup> 在钠钙玻璃的循环疲劳过程中可能不起重要作用. 根据 (4) 式,  $g$  仅是应力腐蚀指数  $n$  和应力比  $R$  的函数, 所以循环疲劳寿命  $t_f = \nu N$  也应与频率  $\nu$  无关 ( $N_f$  为断裂时的应力循环数). 显然这是由钠钙玻璃的亚临界裂纹扩展受应力腐蚀机制控制所决定的.

### 3.2 缺口应力集中的影响

图 1(b) 的结果显示, 采用  $K_t \sigma_{\max}$  做为力学参量, 可使缺口试件的循环疲劳寿命实验数据都落在疲劳寿命曲线给出的分散带内, 说明对于钠钙玻璃, 疲劳缺口系数  $K_f$  与试件的应力集中系数  $K_t$  近似相等. 这与氧化铝及氮化硅的实验研究结果<sup>[10]</sup> 是一致的. 在单向载荷下也有同样结果<sup>[13,14]</sup>.

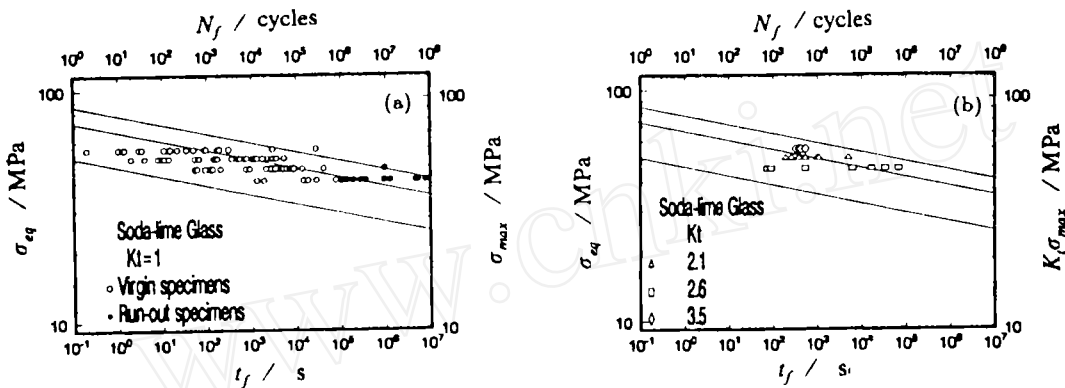


图 1 循环疲劳实验结果与疲劳寿命曲线

Fig.1 Fatigue lifetime curves and test results of cyclic fatigue

当疲劳强度服从 Weibull 分布, 其模数  $m$  为与  $K_t$  无关的材料常数, 而其光滑试件与缺口试件的疲劳强度尺度因子  $\sigma_{0,unnotch}$  与  $\sigma_{0,notch}$  之间有以下近似关系<sup>[13,14]</sup>:

$$\sigma_{0,unnotch} / \sigma_{0,notch} = K_t \quad (9)$$

### 3.3 钠钙玻璃的通用 SPT 图

根据以上分析结果, 如果对 (4) 式的等效应力的定义做进一步拓宽:

$$\sigma_{eq} = K_t g \sigma_{\max} \quad (10)$$

利用 (10) 式定义的等效应力可使钠钙玻璃光滑试件和缺口试件的疲劳强度归一化.

结合 (10)、(8) 式, 可给出任意指定寿命下的等效疲劳强度分布图, 即所谓 SPT 图<sup>[1]</sup>. 如图 3 所示. 根据 (8) 式, 不同指定寿命下的疲劳强度与存活率在 Weibull 概率坐标系中是一组平行直线, 其斜率为  $mn/(n-2)$ .

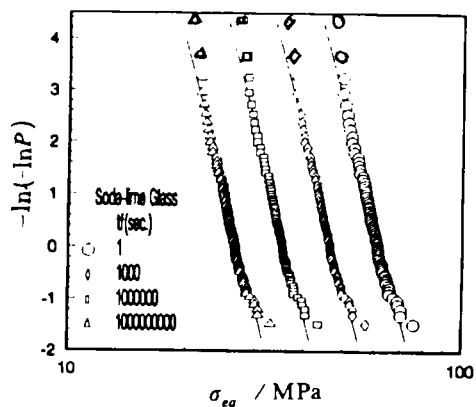


图 2 钠钙玻璃的通用 SPT 图

Fig.2 A general SPT diagram for soda-lime glass

根据 (8) 式, 不同指定寿命下的疲劳强度与存活率在 Weibull 概率坐标系中是一组平行直线, 其斜率为  $mn/(n-2)$ .

### 3.4 实验结果的工程应用

本文的实验结果是在无裂纹屏蔽效应的钠钙玻璃中取得的,但对于没有明显裂纹屏蔽效应的一些陶瓷材料,在静载荷和循环载荷下的亚临界裂纹扩展速率也没有明显区别(如某些碳化硅、碳化硼等<sup>[15]</sup>),本文的理论分析结果也应适用.如陶瓷材料具有明显的裂纹屏蔽效应,因循环载荷会造成附加损伤,使问题变得比较复杂.尚需做进一步研究<sup>[16]</sup>.

## 4 结论

1. 循环载荷在钠钙玻璃中不会造成明显的附加损伤.

2. 钠钙玻璃试件的缺口疲劳系数  $K_f$  与其理论应力集中系数  $K_t$  近似相等.

3. 采用(10)式定义的等效应力做为力学参量,可将钠钙玻璃的光滑及缺口试件在不同加载条件下的 SPT 图归一化.

## 参 考 文 献

- 1 Evans A G. *Int J Fract*, 1974, 10: 251.
- 2 张清纯. 陶瓷材料的力学性能. 北京: 科学出版社, 1987.
- 3 Kishimoto H, Ueno A, Kawamoto H. *J. Soc. Mater. Sci. Jpn.*, 1987, 36: 1122.
- 4 Okazaki M, McEvily, Tanaka T. *Metall Trans*, 1991, 22A (6): 1425.
- 5 Suresh S, Brockenbrough J R. *Acta Metall Mater*, 1988, 36 (6): 1455.
- 6 Krohn D A, Hasselman D P H. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1972, 55: 208.
- 7 Jacobs D S, Chen I W. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1995, 78 (3): 513.
- 8 Cox B N, Marshall D B. *Acta Metall Mater*, 1994, 42 (2): 341.
- 9 吕宝桐. 无机材料学报, 正在审稿 1996.
- 10 Buxbaum O, Sonsino C M, Esper F J. *Int. J. Fatigue*, 1994, 16 (4): 257.
- 11 西田正孝, 应力集中. 日本, 东京: 森北出版株式会社, 1971. 375.
- 12 Yoda M. *Int. J. Fract*, 1989, 39: R23.
- 13 Lü B T, Wen C. Notched Flexural Strength of Ceramic Materials, Submitted to Scripta Mater, 1996.
- 14 吕宝桐, 文 潮. 材料科学与工艺接受发表, 1997.
- 15 Mutoh Y. *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 1993, 16 (3): 875.
- 16 Hoffman M J, Lentz W, Swain M V, et al. *J. Euro. Ceram. Soc.*, 1993, 11: 445.

## Cyclic Fatigue Strength Prediction of Soda-lime Glass

LU Baotong

(College of Materials Science and Engineering Northwestern Polytechnical University  
Xi'an 710072 China)

### Abstract

A general procedure to predict the both unnotched and notched fatigue strength of soda-lime glass under different loading modes is given on the basis of the cyclic fatigue behavior of the material. Because there no effective crack-shielding mechanism exists in soda-lime glass, the cyclic loading produces no additional damage in the material. The fatigue notch factor  $K_f$  of notched specimens is approximately equal to the theoretical stress concentration factor  $K_t$  of the specimens. A general strength-probability-time(SPT) diagram can be obtained according to the concept of equivalent stress  $\sigma_{eq}$ , in which the both effects of notch and loading-modes are taken into account.

**Key words** glass, cyclic fatigue, notch, crack, strength, lifetime