

## 钠钙玻璃的缺口弯曲强度\*

吕宝桐 文 潮

(西北工业大学材料科学与工程学院 西安 710072)

### 摘 要

钠钙玻璃的缺口弯曲强度与试样的应力集中系数  $K_t$  成反比, 而缺口根部断裂应力与  $K_t$  无关. 如弯曲强度服从 Weibull 分布, 其模量  $m$  是材料常数, 而标度因子  $\sigma_0$  与  $K_t$  成反比. 如弯曲强度服从正态分布, 其平均值及标准差均与  $K_t$  成反比, 而变异系数为常数.

关 键 词 陶瓷, 玻璃, 强度缺口, 统计分布

分 类 号 TB 301

### 1 引言

出于结构设计的需要, 工程零部件难免有应力集中, 即“缺口”<sup>[1]</sup>. 陶瓷材料对缺口很敏感, 但有关陶瓷材料缺口强度的研究尚较少见<sup>[2~4]</sup>. 缺口主要通过以下几方面影响试件强度<sup>[1,2]</sup>: (1) 缺口应力集中; (2) 缺口根部的应力多轴性; (3) 试件有效承载体的改变. 在试件主要承受拉应力时, 最大正应力准则仍可给出较准确的估计<sup>[3,5]</sup>. 因陶瓷材料强度受其内部或表面缺陷控制, 表现出体积效应和较大分散性<sup>[6]</sup>. 当加载方式给定, 缺口件的有效承载体积主要取决于缺口几何特征. 实验结果显示<sup>[4]</sup>, 在保持试件的应力集中系数  $K_t$  不变的条件下, 缺口深度的变化对试件的缺口弯曲强度几乎没有影响; 而当缺口半径在近一个数量级内变化时, 氧化铝陶瓷缺口弯曲强度的变化不大于 8%. 本文主要是研究缺口应力集中对陶瓷材料的缺口强度的影响.

### 2 实验方法

钠钙玻璃是洛阳玻璃厂产的 5mm 厚普通平板浮法玻璃, 切割后用金刚石砂轮加工成长 180mm、高 20mm、厚 5mm、跨距为 160mm 的三点弯曲试件. 缺口试件的缺口半径分别为 2、1、0.5mm. 试件的应力集中系数  $K_t$  分别为 1.8、2.1、2.6、3.5<sup>[7]</sup>. 试验在 INSTRON 1196 型电子拉伸机上进行, 采用的加载速率为 0.5mm/min.

### 3 应力集中系数与缺口弯曲强度的关系

在线弹性状态下加载, 试件缺口根部最大应力  $\sigma_{\max}$  与名义弯曲应力  $\sigma_{\text{nom}}$  的关系为<sup>[7]</sup>:

$$\sigma_{\max} = K_t \sigma_{\text{nom}} \quad (1)$$

当试件开始发生断裂时,  $\sigma_{\max} = \sigma_f$ ,  $\sigma_{\text{nom}} = \sigma_{\text{nb}}$ ;  $\sigma_f$  为试件断裂时的缺口根部最大局部应力(称缺口根部断裂应力),  $\sigma_{\text{nb}}$  被定义为试件的缺口弯曲强度. 对于脆性高的陶瓷材料, 线弹

\* 1997-01-06 收到初稿, 1997-03-03 收到修改稿

本文的工作为航空科学基金(94G53181)和陕西省自然科学基金(95C17)的资助项目

性状态可基本保持至试件开始发生断裂. 根据 (1) 式,  $\sigma_f$  和  $\sigma_{nb}$  之间有以下近似关系:

$$K_t \sigma_{nb} = \sigma_f \tag{2}$$

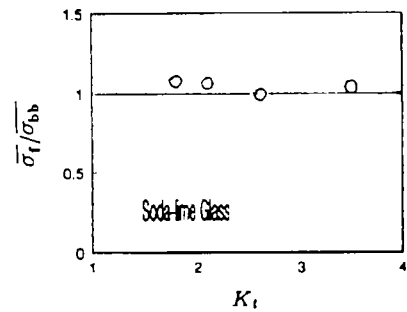


图 1 缺口根部断裂应力与应力集中系数的关系

Fig.1 Relationship between  $\bar{\sigma}_f/\bar{\sigma}_{bb}$  and  $K_t$

因陶瓷材料中缺陷位向和尺寸的随机性,  $\sigma_{nb}$  和  $\sigma_f$  均为随机变量. 与陶瓷材料强度本身的分散度比较, 试件尺寸公差引起的应力集中系数波动可忽略不计. 对于一组名义几何形状尺寸相同的试件, 可视  $K_t$  为常数; 所测  $\sigma_{nb}$  和  $\sigma_f$  的平均值之间应有下列近似关系:

$$K_t \bar{\sigma}_{nb} = \bar{\sigma}_f \tag{3}$$

图 1 显示,  $\bar{\sigma}_f$  几乎与  $K_t$  无关, 且  $\bar{\sigma}_f \approx \bar{\sigma}_{bb}$ .  $\bar{\sigma}_{bb}$  为光滑试件的弯曲强度平均值. 因而有

$$\frac{\bar{\sigma}_{bb}}{\bar{\sigma}_{nb}} = \frac{\bar{\sigma}_f}{\bar{\sigma}_{nb}} = K_t \tag{4}$$

4 弯曲强度的分布

目前尚没有关于陶瓷材料强度分布形式的严格证明. 一般多采用两参数 Weibull 分布描述陶瓷材料的强度统计规律 [6], 文献 [2] 指出, 可用正态分布对陶瓷材料的缺口强度进行统计分析. 图 2 表明, 钠钙玻璃的弯曲强度在 Weibull 及正态概率座标纸上均基本为直线. 图 2 还分别给出了用最小二乘法得到的拟合直线. 按两种分布拟合所得相关系数依次为  $0.958 \pm 0.017$  和  $0.967 \pm 0.006$ . 两者相近, 且均大大高于通过统计检验所需起码值, 说明所测弯曲强度既可能服从 Weibull 分布, 也可能服从正态分布. 其原因, 一方面是由于这两种分布函数均有很好的数据拟合能力; 另一方面则是因为统计检验的逻辑基础为 Popper 的证伪逻辑, 接受多种性质不同的原假设是允许的.

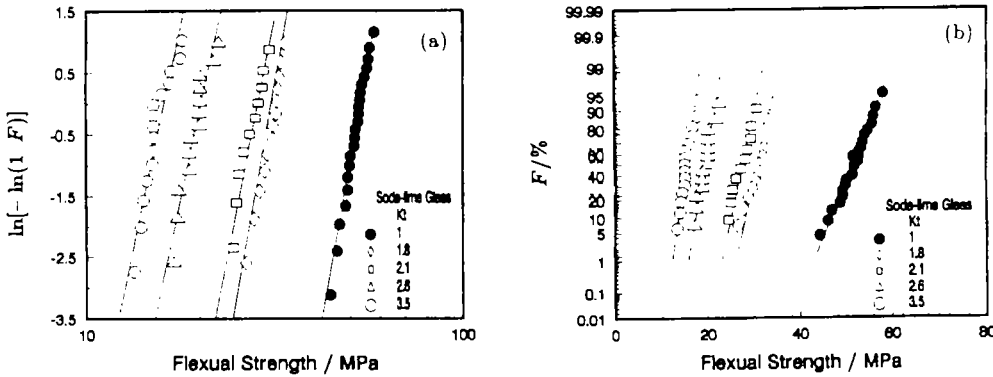


图 2 弯曲强度分布图

Fig.2 Distribution diagrams of the flexural strength

(z) Weibull distribution; (b) Gauss distribution

## 5 应力集中系数缺口弯曲强度统计特征参数之间的关系

图 3 表明,  $\sigma_f$  的分布形式与  $K_t$  无关, 并且与  $\sigma_{bb}$  近似遵从同一分布. 它们的统计特征参数应近似相符. 如果缺口弯曲强度服从 Weibull 分布, 考虑到 (2) 式, 则应有:

$$P = \exp[-(\frac{\sigma_{nb}}{\sigma_{0,nb}})^m] = \exp[-(\frac{\sigma_f}{K_t \sigma_{0,nb}})^m] = \exp[-(\frac{\sigma_f}{\sigma_{0,f}})^m] \quad (5)$$

$P$  为试件存活率. Weibull 模量  $m$  (即图 2(a) 及 3(a) 中强度分布曲线率) 为与  $K_t$  无关的材料常数 (本文结果为,  $m=12.4 \pm 0.5$ ). 根据图 3(a),  $\sigma_{0,bb} \approx \sigma_{0,f}$ . 因此  $\sigma_{bb}$ 、 $\sigma_f$ 、 $\sigma_{nb}$  的标度因子之间有以下关系:

$$\frac{\sigma_{0,bb}}{\sigma_{0,nb}} = \frac{\sigma_{0,f}}{\sigma_{0,nb}} = K_t \quad (6)$$

图 4 的结果证明了 (6) 式的适用性. 用  $\sigma_{bb}$ 、 $\sigma_f$ 、 $\sigma_{nb}$  服从正态分布, 其平均值之间的关系由 (4) 式给出, 利用 (2) 式和标准差的定义可证明:

$$K_t s_{nb} = s_f \quad (7)$$

$s$  表示标准差. 根据图 3(b), 应有  $s_f \approx s_{bb}$ , 因而有:

$$\frac{s_{bb}}{s_{nb}} = \frac{s_f}{s_{nb}} = K_t \quad (8)$$

图 5 的结果与 (8) 式一致的. 观测值的标准差与平均值之比被定义为变异系数  $C_v^{[8]}$ . 根据 (4)、(8) 式, 缺口弯曲强度的变异系数可表示为:

$$D_v = \frac{s_{nb}}{\bar{\sigma}_{nb}} = \frac{s_f}{\bar{\sigma}_f} = \frac{s_{bb}}{\bar{\sigma}_{bb}} \quad (9)$$

(9) 式表明,  $\sigma_{nb}$  与  $\sigma_{bb}$ 、 $\sigma_f$  的变异系数近似相等. 因此缺口弯曲强度的  $C_v$  应是与  $K_t$  无关的材料常数 ( $=0.078 \pm 0.0047$ ).  $C_v$  值决定了在观测值的母体服从正态分布的条件下误差限度和置信度给定时所需要的最少观测值个数 [8].

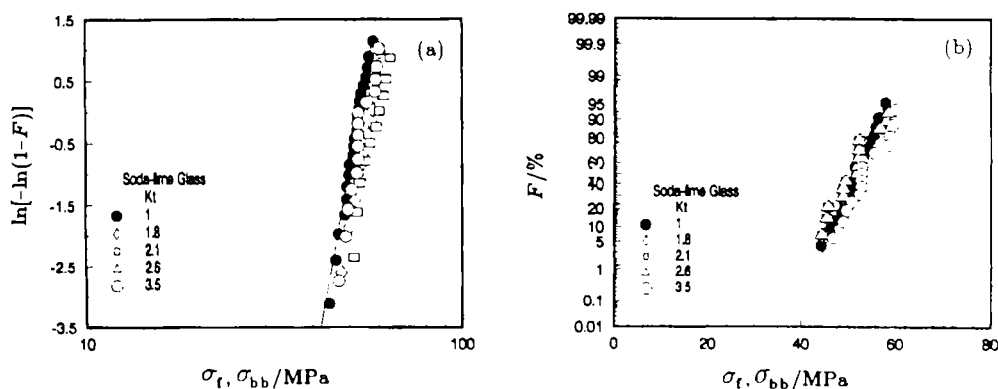
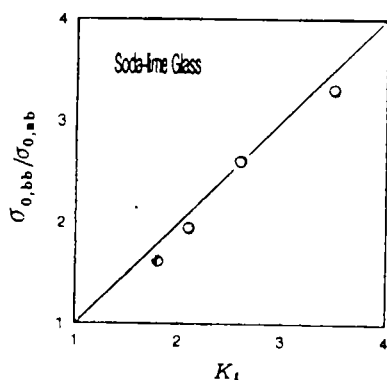
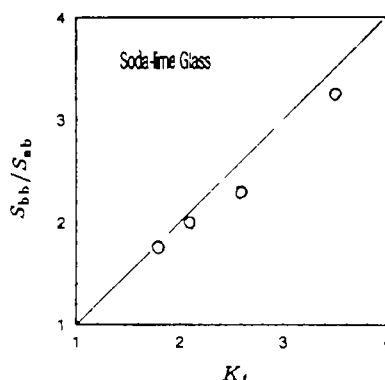


图 3 缺口根部断裂应力的分布图

Fig.3 Distribution diagrams of  $\sigma_f$  and  $\sigma_{bb}$

(a) Weibull distribution; (b) Gauss distribution

图 4  $\sigma_{0,bb}/\sigma_{0,nb}$  与  $K_t$  的关系Fig.4 Relationship between  $\sigma_{0,bb}/\sigma_{0,nb}$  and  $K_t$ 图 5  $s_{bb}/s_{nb}$  与  $K_t$  的关系Fig.5 Relationship between  $s_{bb}/s_{nb}$  and  $K_t$ 

## 6 结论

1. 钠钙玻璃的缺口弯曲强度与试件的应力集中系数  $K_t$  成反比、但缺口根部断裂应力与  $K_t$  近似无关.
2. 若弯曲强度服从 Weibull 分布, 其模量  $m$  是材料常数而标度因子  $\sigma_0$  与  $K_t$  成反比.
3. 如弯曲强度服从正态分布, 其平均值及标准差均与  $K_t$  成反比, 变异系数为常数.

## 参 考 文 献

- 1 Ben-Nissan B. *Meter Forum*, 1993, **17**: 105-112
- 2 Buxbaum O, Sonsino C M, Esper F J. *Int. J. Fatigue*, 1994, **16** (4): 257-264
- 3 Wang F H, Zheng X L, Lu M X. *Eng. Fract. Mech.*, 1995, **52** (5): 917-920
- 4 文 潮, 吕宝桐. *机械科学与技术*, 1996, **15** (6): 985-989
- 5 Kim K T, Suh J. *J. Am. Soc. Ceram.*, 1992, **75** (4): 896-901
- 6 Quinn G D, Morrell R. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1991, **74** (9): 2037-2051
- 7 西田正孝. *应力集中*. 森北出版株式会社, 1971.
- 8 高镇同. *疲劳应用统计学*. 国防工业出版社, 1986.

## Notched Flexural Strength of Soda-lime Glass

LU Bao-Tong WEN Chao

(Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072 China)

### Abstract

The flexural strength of soda-lime glass  $\sigma_{nb}$  is inversely proportional to the theoretical stress concentration factor of specimens  $K_t$  but the fracture stress at notch root  $\sigma_f (= K_t \sigma_{nb})$  is independent of  $K_t$ . When the flexural strength follows Weibull distribution, the modulus  $m$  is a material constant but the scale factor  $\sigma_0$  changes inversely with  $K_t$ . When the flexural strength follows Gauss distribution, both the mean value and the standard deviation of the flexural strength are inversely proportional to the  $K_t$ , but the coefficient of variation of the flexural strength is a material constant.

**Key words** glass, ceramics, strength, notch, statistical distribution