

# 熔体内重力对流速度场的实验研究及其理论分析\*

金蔚青 蒋元方<sup>†</sup> 孙绪宝<sup>†</sup> 潘志雷 刘照华

(中国科学院上海硅酸盐研究所 上海 200050)

<sup>†</sup>(华东师范大学物理系 上海 200062)

## 摘 要

应用最近开发的高温光学实时观察法研究了铌酸钾熔体的重力对流现象. 通过加热直径为 2.5mm 的圆环形坩埚, 形成厚度为 0.2mm 的圆形  $\text{KNbO}_3$  熔液. 实验测量了熔体内温度和流体速度的分布, 并从理论上对速度场的分布给出了定量分析.

**关 键 词** 光学实时观察法, 高温熔体流体效应

**分 类 号** O 78

## 1 引言

为制备优质晶体, 深入了解晶体生长过程是一个关键性课题, 而界面附近熔液相的质量传输过程又是研究晶体生长过程的关键. 实验上已有多种方法可用来对晶体生长过程进行实时观察<sup>[1]</sup>, 其中光学微分干涉法是一种较为常用的方法. Nomarski 棱镜<sup>[2]</sup>把与晶面上凹凸对应的相位分布的微分量转换成干涉色的变化, 得以观察晶面的形貌. 由此, 平坦晶面上呈现单一的干涉色, 具有台阶的晶面呈现变化的多种干涉色. 另一方面, Schlieren 法也是一种常用的光学观察法<sup>[3]</sup>, 它可将透明流体内的密度差转换成折射率的变化, 因而能观察到熔体内流体的移动. 金蔚青等人<sup>[4,5]</sup>, 将上述两种方法组合成 Schlieren - 微分干涉显微镜光学法, 并使之用于研究高温氧化物晶体生长, 创立了高温晶体生长实时观察技术, 能较方便地测出晶体生长过程中熔液温度和动量的分布. 本文将概述我们的实验装置和实验测量结果; 根据流体动力学中自然对流和扩散方程, 对实验中测出熔液的动量分布曲线进行理论分析. 并求出方程的理论曲线解, 与实测动量分布曲线相符.

## 2 实验装置及测量结果

如图 1 所示, 由直径为 0.2mm 铂丝构成直径为 2.5mm 的铂丝坩埚内, 通电流后的丝圈将  $\text{KNbO}_3$  的晶片熔融后, 在铂丝圈内形成厚度为 0.2mm 的熔液层. 直径为 0.08mm 铂铑热电偶可测量熔液内的温度.

在图 2 中由圆点表示的为实测的熔液温度分布, 从圆点分布来看, 在坩埚中央区直径为 1.0mm 的区域内, 近似为一等温区. 在坩埚边缘区, 温度变化的梯度较大, 显然是由加

\* 1997-09-23 收到初稿, 1997-10-15 收到修改稿

国家自然科学基金委员会攀登计划资助项目 (攀 95-34-3)

热铂丝提供的热量所至. 熔液的速度分布如图中小三角所示, 并以实线相连.

为了观察熔液里流体运动现象, 本实验以直径约为  $10\mu\text{m}$  的  $\text{KNbO}_3$  微晶作为示踪粒子, 显示了流体运动的轨迹. 由图 3 可知, 微晶 A 由熔液的中心流向边缘, 而另一种微晶 B 则由边缘流向中心, 它显示了典型的重力对流轨迹. 熔液沿着炉圈壁上升, 向炉圈中心流动 (微晶 B), 在中心处沉淀后由中心流向炉壁 (微晶 A).

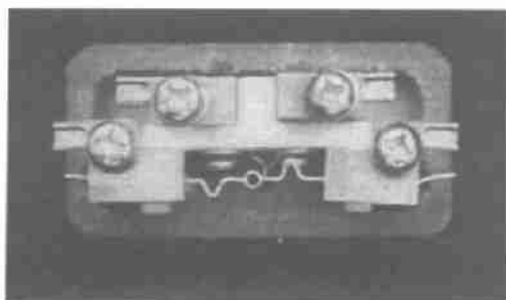


图 1 晶体生长室

Fig. 1 The crystal growth cell

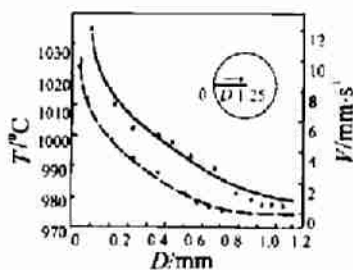


图 2 环形圈内的热量和动量分布图

Fig. 2 The thermal and momentum profiles with the loop

●: temperature; ▲: momentum

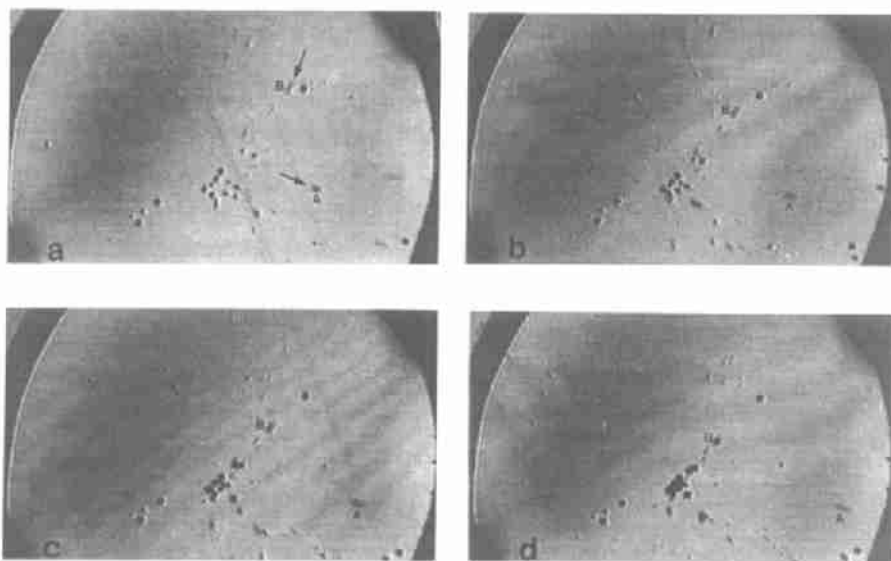


图 3 由微小  $\text{KNbO}_3$  晶粒显示的熔液内重力对流现象

Fig. 3 The natural convection in the melt indicated by the movement of small  $\text{KNbO}_3$  seed crystals, seed A moving from the center to the margin and seed B from the margin to the center of heater

### 3 理论分析

众所周知, 熔体分子的微观运动, 会引起热量和质量传输, 为了描述这一过程, 我们经常采用熔体的温度场和浓度场来表示. 由传输方程知, 必须先知道熔体的速度场, 这借助

于 Navier-stokes 方程:

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = \mu \nabla^2 \vec{v} - \rho \beta_T \vec{g} (T - T_0) - \rho \beta_C \vec{g} (c - c_0) \quad (1)$$

式中  $\vec{v}$  为熔体的流速,  $\mu$  为运动粘滞系数,  $\rho$  为熔体的密度,  $\vec{g}$  为重力加速度,  $\beta_T$ 、 $\beta_C$  分别为温度与浓度引起的体膨胀系数. 上式左边为熔体加速度和单位体积质量的乘积, 即单位体积熔体惯性力, 右边分别为粘滞力及温度与浓度不均匀引起的浮力.  $T$  和  $T_0$  及  $C$  和  $C_0$  分别是温度和特征温度、浓度和特征浓度.

一般说来, 要求出上述方程的严格解是非常困难的, 目前多数采用三种近似方法: 其一是量纲分析, 它比较简便, 但其结果多半是半定量表述, 很难用来全面分析解释实验的结果. 其二为区域近似, 它只能表述局域的实验结果的成因, 无法给出全局的满意结果. 其三借助计算机模拟. 然而, 更深层次的问题是其与有关机制内在本质联系尚需进一步探讨. 本文所讨论的实验过程应由方程 (1) 描述, 在自然对流形成后, 速度场趋于稳态, 即速度场仅是空间的函数, 即有:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

由于实验中使用纯  $\text{KNbO}_3$  晶体作材料, 因此方程 (1) 右边的第三项, 即由于浓度差引起的浮力项相对于第二项, 即温差引起的浮力项可忽略, 则 (1) 式可化成

$$\rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \mu \nabla^2 \vec{v} - \rho \beta_T \vec{g} (T - T_0)$$

移项后

$$\nabla^2 \vec{v} = \frac{\rho}{\mu} (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \frac{\rho}{\mu} \beta_T \vec{g} (T - T_0) \quad (3)$$

根据实验装置的对称性, 采用极坐标系, 极坐标的平面与圆环平面相垂直, 则重力加速度的分解为

$$\vec{g} = -g \sin \varphi \vec{r}_0 + g \cos \varphi \vec{\varphi}_0 \quad (4)$$

速度分解为

$$\vec{v} = \nu_r \vec{r}_0 + \nu_\varphi \vec{\varphi}_0 \quad (5)$$

上面式中  $\vec{r}_0$ 、 $\vec{\varphi}_0$  为径向和辐角方向的单位矢量, 按此 (3) 式可分解为二个分量的方程

$$\frac{\partial^2 \nu_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \nu_r}{\partial r} - \frac{\nu_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \nu_r}{\partial \varphi^2} = \frac{\rho}{\mu} \left( \nu_r \frac{\partial \nu_r}{\partial r} + \nu_\varphi \frac{1}{r} \frac{\partial \nu_r}{\partial \varphi} + \frac{\nu_\varphi^2}{r} \right) - k \sin \varphi \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \nu_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \nu_\varphi}{\partial r} - \frac{\nu_\varphi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \nu_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \nu_r}{\partial \varphi} = \frac{\rho}{\mu} \left( \nu_r \frac{\partial \nu_\varphi}{\partial r} + \frac{\nu_\varphi}{\partial \varphi} \frac{\partial \nu_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\nu_r \nu_\varphi}{r} \right) + k \cos \varphi \quad (7)$$

式中 (8)

$$k = \frac{\rho \beta_T g}{\mu} (T - T_0) \quad (8)$$

设试探解

$$\nu_r = r^2 k (a_0 + a_1 \varphi + a_2 \varphi^2 + a_3 \varphi^3 + \cdots) \quad (9)$$

$$\nu_{\varphi} = r^2 k (b_0 + b_1 \varphi + b_2 \varphi^2 + b_3 \varphi^3 + \cdots)$$
 (10)

将 (9)、(10) 代入 (7)、(8) 式中. 比较等式两边同幂次项, 解出

$$a_0 = -\frac{1}{3}, a_1 = -\frac{10}{27}, a_2 = \frac{1}{9}, a_3 = \frac{1}{18} \cdots$$
 (11)

$$b_0 = \frac{8}{27}, b_1 = \frac{2}{9}, b_2 = \frac{1}{6}, b_3 = 0, \cdots$$
 (12)

根据实验数据, 在铂丝环边缘处  $\frac{\rho \beta_T g}{\mu} = 5.83$ , 在本文讨论实验中, 可以近似地认为它是一个常数, 因此根据实验测出的温度, 由 (9)~(12) 式计算中速度分量  $\nu_r$  与  $\nu_{\varphi}$ , 最后得出理论上  $|\vec{\nu}| = (\nu_r^2 + \nu_{\varphi}^2)^{\frac{1}{2}}$ . 为了与实验数据对比, 实验的数据取的坐标原点在铂丝环边缘处, 而我们理论计算的坐标原点取在环心, 由于环内的半径为 1.25mm, 因此将理论中半径  $\vec{r}$  作平移, 变换成实验点中半径  $|\vec{r}'| = |1.25 - \vec{r}|$ , 其结果列表如下:

表 1 环形圈内动量分布理论计算值  
Table 1 The theoretical momentum profile datum with the loop

$ \vec{r}' /\text{mm}$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\nu_r/\text{mm s}^{-1}$	7.58	6.30	4.3	2.74	1.80	-1.13	-0.40	-0.22	-0.11
$\nu_{\varphi}/\text{mm s}^{-1}$	6.58	5.46	3.70	2.36	2.10	0.95	0.31	0.18	0.08
$ \vec{r}' /\text{mm s}^{-1}$	0.03	8.30	5.70	3.60	2.80	1.50	0.50	0.30	0.14

理论曲线由图 4 中长虚线表示. 由图上看, 理论的计算结果与实验结果符合得不错.

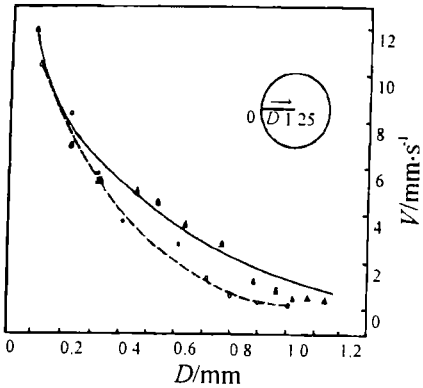


图 4 环形圈内的理论和实验动量分布图  
Fig. 4 The theoretical and experimental momentum profiles with the loop  
○: theoretical profile; ▲: experimental profile

4 结论

本文理论的计算工作是用 Navier-stokes 这一基本方程, 依据具体实验方法, 略去了浓度差引起的浮力项, 在稳定场条件下, 用幂级数近似法求解方程, 得出了速度场的解, 其结果与实验数据基本吻合. 进一步具体分析, 在我们取得的理论坐标系中,  $\nu_r$  分量一直为负值, 这表明, 熔体运动在垂直于环面的平面中看, 有一个向心的运动趋势. 另一方面, 从数值变化来看, 从铂丝环边缘到环心,  $\nu_r$  分量的绝对值从大到小, 说明向心运动的趋势不是指铂丝环心, 而是指向环线与环心连线上的一点, 按照实验装置的旋转对称性, 考虑任一垂直环面的垂直剖面, 在环心附近, 会形成相对自上而下循环且方向相反的环流, 然后顺着熔液体底部边缘运动, 直至环的边缘处, 再次向上沿着环的边缘, 到熔体顶部, 由此周而复始运动. 图 5 是重力对流的示意图如

图 3 示, 而实验恰恰展示熔体这一运动. 另外, 由图 4 中可看出, 在环心处, 理论值要比实验值偏小, 很可能是环心处熔体温度要比其它地方低, 相应的  $\rho$  就较大, 由 (3) 式可知, 环心处浮力项影响也较大, 但在我们计算中, 始终将  $\rho$  看成不变, 这使得在环心处降低了浮力项的影响, 再又略去了浓度差引起的浮力项作用, 这就使得本文计算的理论值的速度场在环心处要比实验值小, 我们将在今后的工作中进一步考虑这些影响.

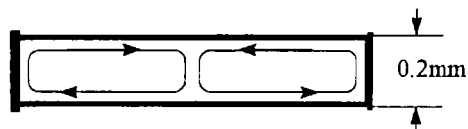


图 5 环形圈内熔体重力对流示意图

Fig. 5 Sketch of the buoyancy driven flow pattern in the melt suspended by loop heater

### 参 考 文 献

- 1 琢本胜男. 日本结晶成长学会志, 1988, 15: 78-89
- 2 小松启. 应用物理, 1991, 60: 924-928
- 3 Holder D W, North R J. *Notes on Applied Science*, 1963, (31): 56-61
- 4 Jin W Q, Chen J Y, Li W S, *Ferroelectrics*, 1993, 142: 13-18
- 5 Jin W Q, Chen J Y, Li W S. " High Temperature in Situ Observation of Melt Transfer Process around Growing  $\text{KNbO}_3$  Crystals ", *Microgravity Q.*, 1993, 3: 129-133

## Experimental and Theoretical Study on Velocity Field of Buoyancy Convection in the Melt

JIN Wei-Qing JIANG Yuan-Fang<sup>†</sup> SUN Xu-Bao<sup>†</sup> PAN Zhi-Lei LIU Zhao-Hua

(Shanghai Institute of Ceramics, Chinese Academy of Sciences Shanghai 200050 China)

<sup>†</sup>(Physics department, East China Normal University Shanghai 200062 China)

### Abstract

A high temperature in situ observation method was newly developed to study the buoyancy driven convection in  $\text{KNbO}_3$  melt. A thin loop-like Pt wire heater (about 2.5mm in diameter) was employed to heat and suspend the  $\text{KNbO}_3$  melts. A thin plane film of the sample melt was formed. The temperature and fluid velocity profiles in the melt were measured experimentally. The quantitative analysis for the velocity of the fluid flow was also made theoretically.

**Key words** in situ observation methods, high temperature melt effect