

文章编号: 1000-324X(2003)04-0892-07

## (Zr<sub>0.7</sub>Sn<sub>0.3</sub>)TiO<sub>4</sub> 陶瓷介电性能与工艺参数关系的回归分析

王国庆, 吴顺华, 赵玉双, 刘丹丹

(天津大学电子信息工程学院, 天津 300072)

**摘 要:** 用回归分析方法得到了 (Zr<sub>0.7</sub>Sn<sub>0.3</sub>)TiO<sub>4</sub> 陶瓷的介电性能  $\epsilon$  和  $\delta$  与其工艺参数 (CuO、ZnO) 和玻璃的添加量 (分别为  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  wt%) 及预烧和烧结温度 (分别为  $x_4 \times 10^3$  和  $x_5 \times 10^{30}$  C) 之间的定量关系:  $\epsilon = 10.9731 - 1.4559x_1 + 9.9154x_2 + 1.9776x_3 - 3.3160x_2^2 - 0.2286x_3^2 - 200.1697x_4^2 - 161.9102x_5^2 + 375.1160x_4x_5$ ;  $\lg(\tan\delta) = -38.5876 - 0.6452x_2 + 0.1235x_3 + 31.2221x_4 + 30.3861x_5 + 0.1100x_1^2 + 0.2077x_2^2 - 0.0106x_3^2 - 27.4317x_4x_5$ . 能对给定工艺参数下的介电性能进行预测, 并能确定满足特定介电性能的工艺参数, 有助于加快电子陶瓷材料的研究.

**关键词:** 回归分析; (Zr<sub>0.7</sub>Sn<sub>0.3</sub>)TiO<sub>4</sub>; 介电性能

**中图分类号:** TQ 174 **文献标识码:** A

### 1 引言

电子陶瓷材料由于具有许多特殊的优良性质而获得广泛应用. 例如微波陶瓷的介电常数可达 20~100, 损耗可降至  $10^{-4}$  以下, 能取代传统的金属空腔制成体积小、性能优良的介质谐振器、滤波器等器件<sup>[1,2]</sup>. 然而, 电子陶瓷的生产工艺十分复杂, 影响其介电性能的参数很多, 而且介电性能 (因变量) 和工艺参数 (自变量) 之间的关系并不是完全确定的, 带有一定的随机性. 这就给电子陶瓷的研制过程带来很大的困难. 一般研制一种新材料的周期很长, 工作量非常大.

如果能充分利用既得实验数据, 设法确定因变量和自变量之间的关系, 则会给进一步的研究指明方向. 在数学上, 利用回归分析, 可以将因变量  $y$  和自变量  $x_1, x_2, \dots, x_n$  之间的关系以回归方程  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + e$  的形式表达出来, 其中  $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  是自变量的一个确定的函数;  $e$  是难以控制的随机量<sup>[3]</sup>. 利用回归方程, 一方面可以预测在给定的  $x_j$  下的可能的  $y$  值; 另一方面可以确定  $x_j$ , 使其满足某一预期的  $y$  值. 这对电子陶瓷材料研究过程中迅速找到最佳工艺参数是非常有利的, 可以缩短材料的研究周期. 本文结合 (Zr<sub>0.7</sub>Sn<sub>0.3</sub>)TiO<sub>4</sub> 系统研究实例, 进行了具体分析.

### 2 线性回归分析原理

最简单的回归模型是线性回归, 其表述形式为:

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_j + e \quad (1)$$

收稿日期: 2002-06-13, 收到修改稿日期: 2002-07-17

作者简介: 王国庆 (1978-), 男, 硕博连读研究生. E-mail: ndwang@eyou.com.

其中  $a_j (j = 0, 1, \dots, n)$  为待定常数, 称为回归系数;  $e$  为随机量, 通常假定  $e$  服从均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的正态分布, 记作  $e \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  也是待定常数. 若已有  $m$  组不同的自变量取值 (每一组称为一个实验点, 或称为个案) 和对应的  $m$  个  $y$  值, 将  $x_j$  在第  $i$  实验点中的取值记为  $x_{ij}$ , 可构造如下矩阵形式:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{bmatrix}. \text{ 则有}$$

$$Y = X\beta + E, e_i \sim N(0, \sigma^2), \text{ 且各 } e_i \text{ 相互独立, } i = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

在最小二乘意义下, 回归系数向量  $\beta$  (即各  $a_j$ ) 的解为<sup>[4]</sup>:

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3)$$

其中上标  $T$  和  $-1$  分别表示矩阵的转置和逆. 求得  $\beta$  后, 可以得到:

$$y_i \text{ 的预测值 } \hat{y}_i = a_0 + \sum_{j=1}^n a_j x_{ij} \quad (4)$$

$$\text{残差 } r_i = y_i - \hat{y}_i \quad (5)$$

$$\text{残差平方和 } S_e = \sum_{i=1}^m r_i^2 \quad (6)$$

$$\sigma \text{ 的估计值 } \sigma = \sqrt{S_e / (m - n - 1)} \quad (7)$$

$$\text{回归平方和 } S_R = \sum_{i=1}^m (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (8)$$

$$\text{其中 } \bar{y} \text{ 为 } y \text{ 的平均值, } \bar{y} = (1/m) \sum_{i=1}^m y_i$$

$$\text{总偏差平方和 } S_T = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 \quad (9)$$

$$\text{可以证明 } S_T = S_R + S_e \quad (10)$$

$$\text{复相关系数的平方 } R^2 = S_R / S_T \quad (11)$$

$R^2$  越大, 表明  $S_R$  在  $S_T$  中所占比例越大, 则  $y$  与  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的线性关系越密切, 回归效果越显著. 由于  $m$  和  $n$  是常数, 由 (7)、(10)、(11) 式容易看出,  $R^2$  越大, 则  $\sigma$  越小, 反之亦然. 通过构造适当的统计量, 还可求得各系数  $a_j$  及残差  $r_i$  的置信区间<sup>[4]</sup>.

### 3 实验过程与实验数据

将  $\text{PbO}$ 、 $\text{Bi}_2\text{O}_3$ 、 $\text{SiO}_2$  等物质按一定比例混合, 用淬冷法制得玻璃 (G). 以分析纯  $\text{ZrO}_2$ 、 $\text{SnO}_2$ 、 $\text{TiO}_2$  为主要原料, 分析纯  $\text{CuO}$ 、 $\text{ZnO}$  和自制的 G 为添加剂, 按照  $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4 + x_1$

wt% CuO+ $x_2$ wt% ZnO 进行配方, 用  $ZrO_2$  球球磨 1.5h, 烘干后在  $x_4^\circ\text{C}$  预烧 2h, 然后加入  $x_3$  wt% G, 再球磨 4.5h. 经烘干、炒蜡, 在 4MPa 压强下压制成直径 20mm, 厚约 1mm 的圆片. 圆片在  $x_5^\circ\text{C}$  下烧结 6h, 然后烧渗银电极待测. 其中  $x_1=0.6\sim 2.0$ ;  $x_2=0.7\sim 2.0$ ;  $x_3=1.5\sim 6.0$ ;  $x_4=1040\sim 1120$ ;  $x_5=1120\sim 1180$ . 利用 Hewlett Packard 4278A Capacitance Meter 在 1MHz 下测试圆片电容器的电容量  $C$  和损耗角正切  $\tan\delta$ , 并计算材料的介电常数  $\epsilon$ .

表 1 列出了 19 组不同的工艺参数 ( $x_1 \sim x_5$ ) 及对应的介电性能 ( $\epsilon$  和  $\tan\delta$ ) 的测量值, 表中  $T_c$  和  $T_s$  分别代表预烧温度和烧结温度. 由于自变量的取值差别较大 ( $x_4$ 、 $x_5$  比  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  大 2~3 个数量级), 在进行回归分析前, 将数值较大的  $x_4$  和  $x_5$  分别除以 1000, 这样五个自变量在数量级上就比较接近了. 另外由于  $\tan\delta$  的变化范围较大, 取其常用对数作为因变量.

表 1 实验数据  
Table 1 Experimental data

Case number	$x_1=\text{CuO}$ /wt%	$x_2=\text{ZnO}$ /wt%	$x_3=\text{glass}$ /wt%	$x_4=T_c$ / $10^3^\circ\text{C}$	$x_5=T_s$ / $10^3^\circ\text{C}$	$y=\epsilon$	$\tan\delta$ / $10^{-4}$	$z=\lg(\tan\delta)$
1	0.6	1.0	3.0	1.10	1.15	38.9	0.83	-4.08
2	1.0	1.0	3.0	1.10	1.15	38.4	0.80	-4.10
3	1.4	1.0	3.0	1.10	1.15	37.8	1.20	-3.92
4	2.0	1.0	3.0	1.10	1.15	36.7	1.90	-3.72
5	1.0	0.7	3.0	1.10	1.15	36.7	1.10	-3.96
6	1.0	1.3	3.0	1.10	1.15	38.5	0.81	-4.09
7	1.0	2.0	3.0	1.10	1.15	38.2	0.84	-4.08
8	1.0	1.0	1.5	1.10	1.15	36.8	0.67	-4.17
9	1.0	1.0	4.5	1.10	1.15	38.7	0.98	-4.01
10	1.0	1.0	6.0	1.10	1.15	37.9	1.10	-3.96
11	1.0	1.0	3.0	1.04	1.12	37.0	0.80	-4.10
12	1.0	1.0	3.0	1.04	1.15	38.2	1.00	-4.00
13	1.0	1.0	3.0	1.04	1.18	38.4	1.00	-4.00
14	1.0	1.0	3.0	1.08	1.12	37.3	0.80	-4.10
15	1.0	1.0	3.0	1.08	1.15	38.4	0.94	-4.03
16	1.0	1.0	3.0	1.08	1.18	39.0	0.95	-4.02
17	1.0	1.0	3.0	1.12	1.12	36.2	0.91	-4.04
18	1.0	1.0	3.0	1.12	1.15	38.1	0.86	-4.07
19	1.0	1.0	3.0	1.12	1.18	39.0	0.84	-4.08

#### 4 回归分析结果与讨论

以表 1 为原始数据, 对因变量  $y=\epsilon$  的回归分析进行详细介绍, 对  $z=\lg(\tan\delta)$  只给出

回归分析结果.

#### 4.1 线性回归分析

表 2 和图 1 给出了利用模型 (1) 进行线性回归的结果. 其中表 2 给出了回归系数  $a_j$  的估计值. 图 1 给出了残差  $r_i$  及其 95% 置信区间. 图中横轴代表实验点编号 (Case number), 纵轴代表残差. 黑点及关于黑点对称的垂直线段分别表示各实验点的残差及残差的 95% 置信区间. 可以看出各垂直线段均过零残差线, 这说明各残差的置信区间均包含了零点, 也就是说实测值  $y_i$  均在预测值  $\hat{y}_i$  的置信区间内, 所以线性回归确实达到了一定的效果. 但计算得到的  $R^2$  较小, 仅为 0.6702,  $\sigma$  也较大, 为 0.5863. 此时共有 7 个实验点的残差 (指绝对值, 下同) 超过了 0.5, 其中第 5 个实验点的残差最大, 为 0.9598. 这说明线性回归的效果还是比较差的, 也说明了介电常数和工艺参数之间并不是简单的线性关系.

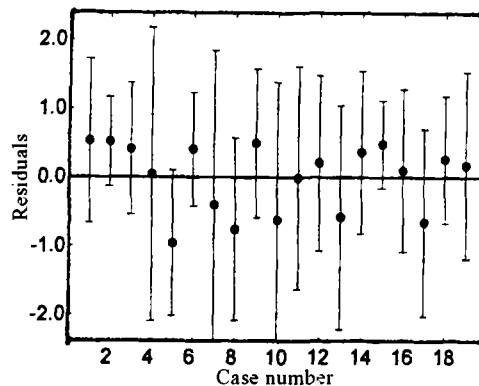


图 1 线性回归残差图

Fig. 1 Residual plot for linear regression

表 2 线性回归的回归系数

Table 2 Regression coefficients for linear regression

Coefficient	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
Value	2.1849	-1.2264	0.7298	0.2158	-1.9559	32.7778

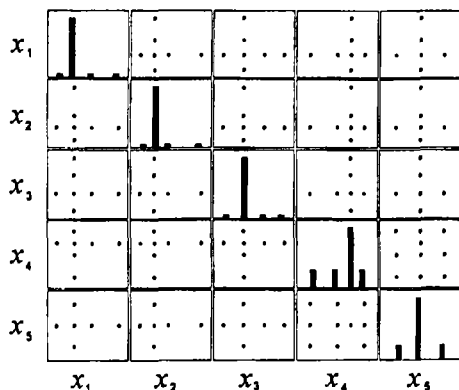


图 2 自变量散点图矩阵

Fig. 2 Scatter plot matrix of independent variables

The  $i$ th row in this figure has  $x_i$  as its vertical coordinate, and the  $j$ th column has  $x_j$  as its horizontal one ( $i \neq j$ ). Every plot in the diagonal ( $i = j$ ) of the matrix is the histogram of  $x_i$ .

#### 4.2 非线性回归分析

由于线性回归效果不够理想, 我们在线性回归模型 (1) 式的基础上, 再增加 5 个平方项. 为了研究各工艺参数之间是否有交互作用, 即一种参数的作用大小是否受到另一种参数的影响, 最好也引入交叉项. 但这样一来共需要确定  $1+5+5+C_5^2=21$  个系数 ( $a_j$ ), 在仅有 19 个实验点的情况下是不够的. 另外, 由表 1 和自变量的散点图矩阵 (图 2) 看出,  $(x_i, x_j) (i \neq j)$  的不同取值组合个数以  $(x_4, x_5)$  最多 (共 10 个), 且只有  $(x_4, x_5)$  是以多行多列交叉的形式出现. 因此, 我们只引入了交叉项  $x_4x_5$ . 此时回归方程为:

$$y = a_0 + \sum_{j=1}^5 a_j x_j + \sum_{j=1}^5 a_{j+5} x_j^2 + a_{11} x_4 x_5 + e \quad (12)$$

虽然 (12) 式为非线性形式, 但若把各平方项和交叉项分别视为一个新的“自变量”, 就可等同于线性回归, 因此仍可使用线性回归法求解. 表 3 和图 3 给出了回归分析结果. 可以看出, 此时回归效果明显好于线性回归, 所有残差均在 0.5 以下, 最大残差出现在第 6 点, 为 0.4515. 计算得到的  $R^2=0.9684$ , 已接近 1;  $\sigma=0.2474$ .

表 3 非线性回归的回归系数

Table 3 Regression coefficients for nonlinear regression

Coefficient	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
Value	-390.5521	-1.3664	10.2862	2.0861	150.7560	556.8698
Coefficient	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$	$a_{11}$
Value	-0.0538	-3.4694	-0.2444	-225.9142	-364.8226	291.6667

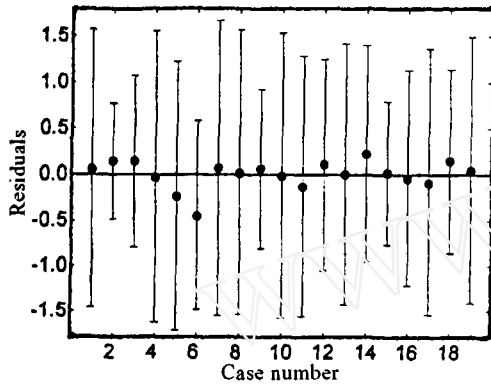


图 3 非线性回归残差图

Fig. 3 Residual plot for nonlinear regression

#### 4.3 自变量的选择与模型的简化

上面我们得到了含 11 个“自变量”的回归方程, 并且各项指标较好, 但这并不能说明该回归方程是最优的. 这是因为最优一方面要求  $\sigma$  尽量小,  $R^2$  尽量大, 另一方面还要求自变量个数尽量少, 二者常需折衷. 通过对每一回归系数进行显著性检验, 可以剔除对因变量影响并不显著的自变量, 使回归方程得到简化. 具体实现方法有全部比较法、逐步回归法等<sup>[4]</sup>. 全部比较法是对所有自变量的一切可能取值组合都求出回归方程, 再从中挑选最优者. 它的预测效果最好, 但计算量也最大. 逐步回归法是一种快速算法, 其预测效果较好, 并且计算量很少, 是目前最常用的方法. 由于本文只有 11 个自变量, 从中选出若干个自变量的不

同组合有  $\sum_{i=1}^{11} C_{11}^i = 2047$  种, 即使用全部比较法 (进行 2047 次回归分析), 也仅需几分钟的时

间 (计算机配置: Pentium II 333MHz CPU, 64MB RAM) 即可完成, 因此本文使用了全部比较法. 经过筛选, 得到  $R^2=0.9562$ ,  $\sigma=0.2435$ , 最大残差为 0.3683, 含 8 个自变量的最优回归方程, 其表达式为 (省去随机量  $e$ ):

$$y = \varepsilon = 10.9731 - 1.4559x_1 + 9.9154x_2 + 1.9776x_3 - 3.3160x_2^2 - 0.2286x_3^2 - 200.1697x_4^2 - 161.9102x_5^2 + 375.1160x_4x_5 \quad (13)$$

用同样的方法得到的最优回归方程为:

$$z = \lg(\tan \delta) = -38.5876 - 0.6452x_2 + 0.1235x_3 + 31.2221x_4 + 30.3861x_5 + 0.1100x_1^2 + 0.2077x_2^2 - 0.0106x_3^2 - 27.4317x_4x_5 \quad (14)$$

其指标为:  $R^2=0.9505$ ,  $\sigma=0.0286$ , 最大残差 0.0448.

## 5 应用回归分析改进工艺

利用上面得到的回归方程, 一方面, 可以预测在给定  $x_j$  值下的  $\varepsilon$  和  $\tan\delta$  值, 这里  $x_j$  并不限于表 1 中给出的数据, 但是仅当  $x_j$  的取值在本文“实验过程与实验数据”一节中限定的自变量的取值范围内, 才具有较高的预测精度<sup>[3]</sup>. 另一方面, 也可以由预期的  $\varepsilon$  和  $\tan\delta$  值得相应的  $x_j$  值 (结果可能不唯一). 由于随机因素的存在, 用求得的  $x_j$  值作为工艺参数进行实验, 得到的  $y$  值与预期值会有一定的误差. 作者研究的  $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4$  陶瓷要求  $\varepsilon$  越大越好,  $\tan\delta$  越小越好. 如果只要求  $\varepsilon$  最大, 可对回归方程 (13) 求最大值, 求得  $x_1=0.6000$ 、 $x_2=1.4951$ 、 $x_3=4.3248$ 、 $x_4=1.1057$ 、 $x_5=1.1800$ ,  $\varepsilon=41.05$ , 通过实验得到的  $\varepsilon$  值为 40.8; 如果只要求  $\tan\delta$  最小, 可对回归方程 (14) 求最小值, 求得  $x_1=0.6000$ 、 $x_2=1.5533$ 、 $x_3=1.5000$ 、 $x_4=1.0400$ 、 $x_5=1.1200$ ,  $\tan\delta=0.46\times 10^{-4}$ . 通过实验得到的  $\tan\delta$  值为  $0.52\times 10^{-4}$ . 一般不可能同时使  $\varepsilon$  最大,  $\tan\delta$  最小, 只能根据研究目的进行折衷, 这涉及到多目标规划问题<sup>[5]</sup>, 本文不再赘述.

除了在上述自变量取值范围内对工艺进行优化外, 还可以根据自变量的变化趋势做进一步的探索. 例如, 利用 (13) 式分析随  $\varepsilon$  各自变量的变化趋势后, 可以考虑适当减少 CuO 的添加量 (使  $x_1 < 0.6$ ) 或适当提高烧结温度 (使  $x_5 > 1.18$ ) 进行实验, 很可能会得到更大的  $\varepsilon$  值. 我们在实验点 2 (表 1) 的基础上分别改变自变量  $x_1$  和  $x_5$  的值. 取  $x_1=0$ 、 $x_2=1.0$ 、 $x_3=3.0$ 、 $x_4=1.10$ 、 $x_5=1.15$  进行实验, 得到  $\varepsilon=37.3$ , 与通过 (13) 式得到的预测值  $\varepsilon=39.64$  相差很大, 但是取  $x_1=1.0$ 、 $x_2=1.0$ 、 $x_3=3.0$ 、 $x_4=1.10$ 、 $x_5=1.20$  进行实验, 得到  $\varepsilon=39.9$ , 与通过 (13) 式得到的预测值  $\varepsilon=39.79$  非常接近. 这是因为, 前一实验点 ( $x_1=0$ ) 离开自变量取值范围 ( $0.6 \leq x_1 \leq 2.0$ ) 太远, 回归方程 (对  $x_1$  是线性的) 预测精度已大大下降. 后一实验点 ( $x_5=1.20$ ) 离开自变量取值范围 ( $1.12 \leq x_5 \leq 1.18$ ) 虽然也较远, 但是回归方程 (对  $x_5$  是非线性的) 预测精度并未明显下降. 由此可见, 虽然在  $0.6 \leq x_1 \leq 2.0$  范围内可以认为  $x_1$  对  $\varepsilon$  的影响是线性的, 但是在更大的范围 ( $0 \leq x_1 \leq 2.0$ ) 内则不能认为是线性的; 而  $x_5$  对  $\varepsilon$  的影响在较大范围内可以用  $x_5$  的二次式统一表示, 也说明利用回归方程进行探索性实验并不总是有效的. 如果在回归分析之前, 在自变量的较宽的取值范围内进行实验; 回归分析之后, 在距取值范围不太远的地方进行探索性实验, 则可以用不太多的实验次数, 迅速找到最佳工艺.

## 6 结论

1. 通过对  $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4$  陶瓷材料介电性能和工艺参数的回归分析, 确定了二者之间的定量关系, 即:  $\varepsilon = 10.9731 - 1.4559x_1 + 9.9154x_2 + 1.9776x_3 - 3.3160x_2^2 - 0.2286x_3^2 - 200.1697x_4^2 - 161.9102x_5^2 + 375.1160x_4x_5$ ;  $\lg(\tan\delta) = -38.5876 - 0.6452x_2 + 0.1235x_3 + 31.2221x_4 + 30.3861x_5 + 0.1100x_1^2 + 0.2077x_2^2 - 0.0106x_3^2 - 27.4317x_4x_5$ .

2. 利用回归方程, 对于给定的工艺参数, 可以正向预测材料的介电性能; 对于预期的介电性能, 可以反向推算, 求得工艺参数的最佳取值. 这种方法对加快电子陶瓷材料的研究过程无疑是有利的.

## 参考文献

- [1] Wakino K, Nishikawa T, Ishikawa Y, *et al.* *Br. Ceram. Trans. J.*, 1990, **89**: 39-43.
- [2] 吴正娟. 微波原理, 第1版. 武汉: 武汉大学出版社, 1996. 205.
- [3] 陈希孺, 王松桂. 近代实用回归分析, 第1版. 南宁: 广西人民出版社, 1987. 4-27.
- [4] 朱勇华, 邵淑彩, 孙毓玉. 应用数理统计, 第1版. 武汉: 武汉水利电力大学出版社, 2000. 193-201.
- [5] 吴育华, 杜 纲. 管理科学基础, 第1版. 天津: 天津大学出版社, 2002. 87-110.

## Regression Analysis of the Relationship between Dielectric Properties and Processing Parameters of $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4$ Ceramics

WANG Guo-Qing, WU Shun-Hua, ZHAO Yu-Shuang, LIU Dan-Dan

(College of Electronics and Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Regression analysis was used to obtain the quantitative relationship between the dielectric properties ( $\epsilon$  and  $\tan\delta$ ) and processing parameters of  $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4$  ceramics, which include doping rates of CuO, ZnO and glass ( $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$  wt%, respectively), the calcination and sintering ( $x_4 \times 10^3$  and  $x_5 \times 10^{3^\circ}\text{C}$ , respectively) temperatures:  $\epsilon = 10.9731 - 1.4559x_1 + 9.9154x_2 + 1.9776x_3 - 3.3160x_2^2 - 0.2286x_3^2 - 200.1697x_4^2 - 161.9102x_5^2 + 375.1160x_4x_5$ ;  $\lg(\tan\delta) = -38.5876 - 0.6452x_2 + 0.1235x_3 + 31.2221x_4 + 30.3861x_5 + 0.1100x_1^2 + 0.2077x_2^2 - 0.0106x_3^2 - 27.4317x_4x_5$ . It is possible to predict the dielectric properties under given processing parameters, and to determine the processing parameters that satisfy certain dielectric properties. This helps to accelerate the investigation of electric ceramic materials.

**Key words** regression analysis;  $(\text{Zr}_{0.7}\text{Sn}_{0.3})\text{TiO}_4$ ; dielectric properties